

# MECHANICA

## TOETS 3

06-02-2003

1. Een student vindt op een stukje papier de in eerste instantie raadselachtige vergelijking:

$$x = \frac{m \cdot v_0}{k} [ 1 - e^{-(k/m)t} ]$$

De rest van de tekst is verloren gegaan.

De vergelijking slaat **waarschijnlijk** op een voorwerp met massa  $m$  en beginsnelheid  $v_0$ .

Door zich in eerste instantie te concentreren op de e-macht kan zij een beeld krijgen van de beweging die hier beschreven wordt.

- Leid af welke dimensie  $k$  heeft, uitgedrukt in N, m en s.
- Leid uit deze dimensie beschouwing een eenvoudige 'weerstandvergelijking' af.
- Bepaal de vergelijking voor de snelheid van de massa  $m$ .
- Teken een grafiek van de snelheid tegen de tijd.
- Geef in woorden een mogelijke tekst van de opgave waar de gevonden formule het resultaat van is.

2. We beschouwen een bolschil met een homogene dichtheid. De straal van de buitenrand is  $a$  en de straal van de binnenrand is  $b$ . Een punt  $P$  bevindt zich op een afstand  $R$  van het midden.

- Toon aan, zonder een ingewikkelde afleiding, dat voor een punt  $P$  buiten de bolschil de potentiaal gegeven wordt door:

$$\Phi_p (R > a) = -\frac{4\pi\rho G}{3R} (a^3 - b^3)$$

Gegeven wordt dat voor een punt  $P$  waarvoor geldt  $R < b$  de potentiaal gelijk is aan :

$$\Phi_p = -2\pi\rho G(a^2 - b^2)$$

- Leid de relatie af voor de potentiaal van een punt  $P$  waarvoor geldt:  $b < R < a$
- Bereken de gravitatieveldsterkte voor een punt  $P$  in drie gevallen: punt  $P$  ligt buiten de bolschil ( $R > a$ ), punt  $P$  ligt in de bolschil ( $b < R < a$ ) en punt  $P$  ligt binnen de bolschil ( $R < b$ ).

3. Aan een touw met lengte  $b$  (en een verwaarloosbare massa) hangt een massa  $m$ . Het ophangpunt van deze slinger beweegt recht omhoog en heeft een constante versnelling  $a$ .

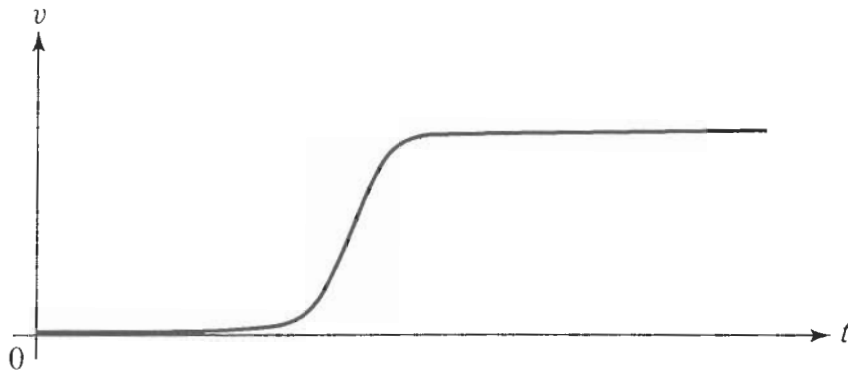
- Bepaal op een willekeurig tijdstip  $t$  de coördinaten  $x$  en  $y$  van de massa uitgedrukt in  $t$ ,  $b$ ,  $a$  en  $\theta$ . Doe dit ook voor de snelheidsfuncties.
- Stel een uitdrukking op voor de kinetische energie en voor de potentiële energie van het systeem.
- Toon aan dat de bewegingsvergelijking van dit systeem geschreven kan worden als:

$$\ddot{\theta} + \frac{a+g}{b} \sin \theta = 0$$

- Bepaal de vergelijking voor de trillingstijd bij een kleine uitwijking.

N.B.: de laatste opgave staat op de achterzijde.

4. Op een luchtrail (air-track) staat een wagentje met een ingedrukte veer. Op  $t = 0$  ontspant de veer zich en duwt het wagentje weg waardoor het wagentje een snelheid krijgt. De snelheid tegen de tijd grafiek in het referentiesysteem van de aarde staat in de onderstaande figuur weergegeven.



Dezelfde activiteit wordt nu ook waargenomen in een referentiesysteem dat met een constante snelheid beweegt ten opzichte van de aarde.

Welk van de hierna genoemde veranderingen zijn afhankelijk van de snelheid van het nieuwe referentiesysteem:

1. de snelheidsverandering
2. de impulsverandering
3. de kinetische energieverandering
4. geen van de genoemde veranderingen.

Geef een toelichting bij je antwoord.

Punten: opgave 1: a 2, b 2, c 2, d 2, e 2  
opgave 2: a 2, b 3, c 3  
opgave 3: a 4, b 2, c 3, d 2  
opgave 4: antwoord 2, uitleg 5.